Ⅱ　各教科の正答率、問題の内容及び所見・解説

３　数学

(1)　正答率

問題		配点	正答 数	正答 率(%)	一部正答 数	一部正答 率(%)	誤答 数	誤答 率(%)	無答 数	無答 率(%)	通過率 率＝得点計／(人数×配点) (%)
1	(1)	4	320	97.3	0	0.0	8	2.4	1	0.3	97.3
	(2)	4	303	92.1	0	0.0	25	7.6	1	0.3	92.1
	(3)	4	302	91.8	0	0.0	23	7.0	4	1.2	91.8
	(4)	4	288	87.5	0	0.0	32	9.7	9	2.7	87.5
	(5)	4	295	89.7	0	0.0	27	8.2	7	2.1	89.7
	(6)	4	295	89.7	0	0.0	21	6.4	13	4.0	89.7
	(7)	4	277	84.2	4	1.2	39	11.9	9	2.7	84.8
	(8)	4	257	78.1	0	0.0	52	15.8	20	6.1	78.1
	(9)	4	299	90.9	0	0.0	22	6.7	8	2.4	90.9
	(10)	4	232	70.5	0	0.0	75	22.8	22	6.7	70.5
	(11)	4	272	82.7	0	0.0	57	17.3	0	0.0	82.7
	(12)	4	207	62.9	0	0.0	120	36.5	2	0.6	62.9
	(13)①	2	247	75.1	0	0.0	62	18.8	20	6.1	75.1
	(13)②	2	191	58.1	0	0.0	114	34.7	24	7.3	58.1
	(14)	4	245	74.5	0	0.0	61	18.5	23	7.0	74.5
	(15)①	2	293	89.1	0	0.0	29	8.8	7	2.1	89.1
	(15)②	2	228	69.3	0	0.0	91	27.7	10	3.0	69.3
	(16)	5	185	56.2	96	29.2	31	9.4	17	5.2	74.3
2	(1)	5	207	62.9	13	4.0	84	25.5	25	7.6	65.8
	(2)	6	63	19.1	163	49.5	66	20.1	37	11.2	38.6
3	(1)	4	249	75.7	0	0.0	58	17.6	22	6.7	75.7
	(2)	5	59	17.9	1	0.3	204	62.0	65	19.8	18.1
4	(1)	4	185	56.2	2	0.6	84	25.5	58	17.6	56.5
	(2)①	6	5	1.5	43	13.1	71	21.6	210	63.8	5.0
	(2)②	5	2	0.6	16	4.9	88	26.7	223	67.8	3.0

（小数第２位を四捨五入しているため、％の合計が100にならない場合がある。）

(2)　問題の内容

$\boxed{1}$　(1)文字式の計算（加法・減法）
(2)正の数と負の数の計算
(3)文字式の計算（乗法・除法）
(4)１次方程式の解き方
(5)根号をふくむ式の計算
(6)因数分解
(7)連立方程式の解き方
(8)２次方程式の解き方
(9)図形の性質を利用した角の大きさの求め方
(10)関数 $y = ax^2$ の変化の割合の求め方
(11)空間図形における辺の位置関係
(12)反比例のグラフの特徴
(13)三平方の定理と円錐の体積の求め方
(14)基本的な事象の確率の求め方

(15)平均値、中央値の求め方
(16)標本調査における適切な方法の説明

2 (1)垂線の作図
(2)直角三角形の合同の証明

3 (1)相似な図形の性質を利用した高さの求め方
(2)二等辺三角形や直角三角形を利用した高さの求め方

4 (1) 2点を通る直線の式の求め方
(2)点の座標の求め方と説明

(3) 所見・解説

1 中学校数学科の各領域に関する問題で、基礎的・基本的な知識及び技能が確実に身に付いているかをみようとした。

(1)は、文字式の加法・減法の計算である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

$7x-5x=2x$

(2)は、正の数と負の数の四則計算である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

$(-5)\times(-2)+3=10+3=13$

(3)は、単項式の乗除の計算である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

$6x\times 2xy\div 3y=\dfrac{6x\times 2xy}{3y}=4x^2$

(4)は、1次方程式を解く問題である。解答例は以下の通りである。

【解答例】

$$\begin{aligned} 5x+3&=2x+6\\ 5x-2x&=6-3\\ 3x&=3\\ x&=1 \end{aligned}$$

(5)は、根号をふくむ式(平方根)の計算で、根号の中を簡単にする必要がある。解答例は、以下の通りである。

【解答例】$\sqrt{18}-6\sqrt{2}=3\sqrt{2}-6\sqrt{2}=-3\sqrt{2}$

(6)は、因数分解の問題である。誤答には、$(x+2)(x-6)$としたものが多かった。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

$x^2+4x-12=(x-2)(x+6)$

(7)は、連立方程式を解く問題である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

$$\begin{cases} 6x-y=1 & \cdots① \\ 3x-2y=-7 & \cdots② \end{cases}$$

①×2−②

$$\begin{array}{rrrl} & 12x & -2y & =2 \\ -) & 3x & -2y & =-7 \\ \hline & 9x & & =9 \\ & & x & =1 \end{array}$$

$x=1$を①に代入し、

$$\begin{aligned} 6\times 1-y&=1\\ -y&=-5\\ y&=5 \end{aligned}$$

$x=1$, $y=5$

(8)は、２次方程式を解く問題である。解の公式を使って解く。誤答としては、符号を間違えた、$x=\dfrac{-5\pm\sqrt{13}}{6}$ や $x=\dfrac{5\pm\sqrt{37}}{6}$ が多かった。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

$$3x^2-5x+1=0$$

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times3\times1}}{2\times3}$$

$$x=\frac{5\pm\sqrt{13}}{6}$$

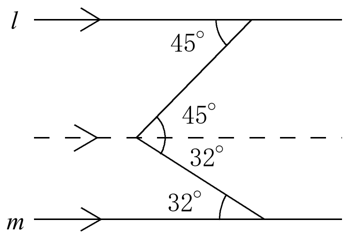
(9)は、角の大きさを求める問題である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

平行線の錯角は等しいので、

x ＝45＋32

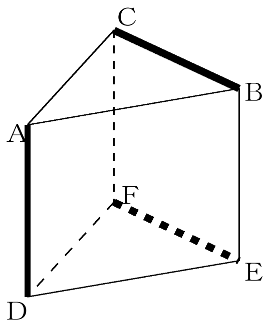
＝77 （度）



(10)は、関数 $y=ax^2$ の変化の割合を求める問題である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】 変化の割合＝ $\dfrac{2\times4^2-2\times2^2}{4-2}=\dfrac{24}{2}=12$

(11)は、空間図形における辺の位置関係に関する問題である。解答例は、以下の通りである。



【解答例】

辺ＡＤとねじれの位置にある辺は、辺ＢＣと辺ＥＦ

よって、辺ＢＣの**エ**が正しい。

(12)は、反比例のグラフの特徴に関する問題である。解答例は以下のようになる。

【解答例】

・反比例 $y=\dfrac{6}{x}$ に、点（２，３）を代入すると、式は成り立つ。

よって、**ア** は正しい。

・反比例のグラフは、原点を中心に点対称である。

よって、**イ** は正しい。

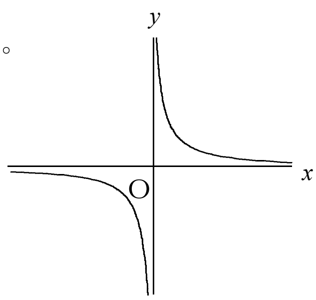
・反比例の変化の割合は、

x	$-2 \to -1$
y	$-3 \to -6$

変化の割合は、－３。

x	$-3 \to -2$
y	$-2 \to -3$

変化の割合は、－１。



変化の割合は一定ではないので、**ウ** は誤り。

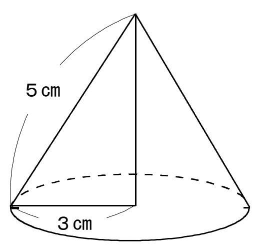
・$x<0$ の範囲では、x の値が増加するとき、y の値は減少するので、**エ**は正しい。

(13)は、円錐の高さと体積を求める問題である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

高さ $\sqrt{5^2-3^2}=4$ cm

体積 $\dfrac{1}{3}\times\pi\times3^2\times4=12\pi$ cm^3



(14)は、確率を求める問題である。条件を満たす組み合わせを表などを用いて、もれなく、重複なく数え、確率が求められるかをみようとした。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

２つのさいころの目の出方は、全部で36通り。そのうち、大きいさいころの出た目の数が、小さいさいころの出た目の数より大きくなる出方は、15通り。

よって確率は、 $\dfrac{15}{36} = \dfrac{5}{12}$

a \ b	1	2	3	4	5	6
1						
2	○					
3	○	○				
4	○	○	○			
5	○	○	○	○		
6	○	○	○	○	○	

(15)は、中央値と平均値をそれぞれ求める問題である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】平均値　（５＋４＋７＋５＋９）÷５＝６

少ない順に並べると　４，５，５，７，９　になるので、中央値は５

平均値　６回　中央値　５回

(16)は、標本調査についての問題である。適切な標本の選び方について、説明することができるかをみようとした。解答例は、以下の通りである。

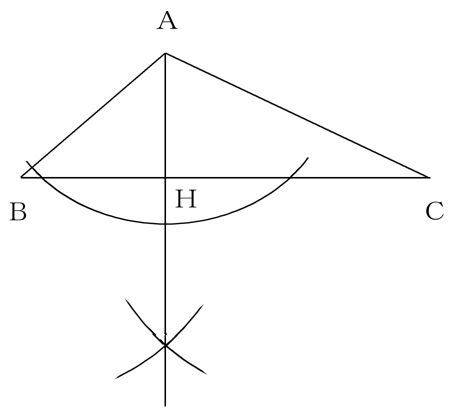
【解答例】(記号)イ

(説明)母集団から無作為に選んでいるので最も適切である。

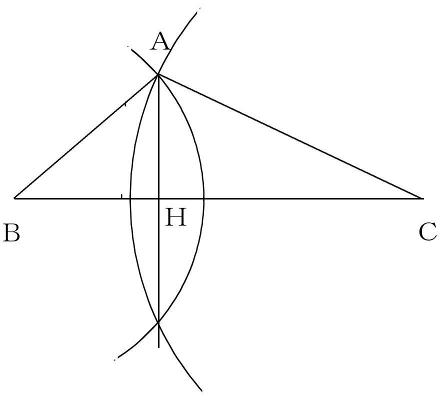
2　「図形」に関する問題で、数学的な知識及び技能を活用することができるかをみようとした。

(1)は、垂線を作図する問題である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】



(別解)



(2)は、△ＡＢＥと△ＣＤＦの合同を証明する問題である。平行四辺形の性質「対辺の長さが等しい」および平行線の錯角が等しいことを用い、直角三角形が合同であることを証明できるかをみようとした。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

△ＡＢＥと△ＣＤＦにおいて、

仮定から　∠ＡＥＢ＝∠ＣＦＤ＝90°　・・・①

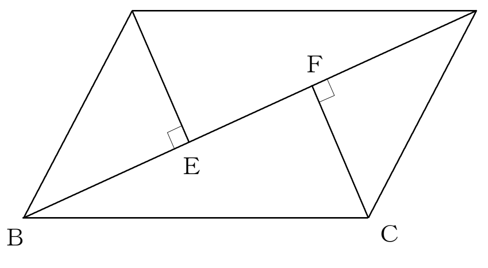
平行四辺形の対辺はそれぞれ等しいので、

ＡＢ＝ＣＤ　・・・②

また、ＡＢ // ＤＣから、錯角は等しいので、

∠ＡＢＥ＝∠ＣＤＦ　・・・③

①，②，③から、△ＡＢＥと△ＣＤＦは直角三角形で、斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいので、△ＡＢＥ≡△ＣＤＦ



3 日常生活における具体的な事象を数学と結び付け、考察することができるかをみようとした。

(1)は、相似の性質を用い、電柱の高さを求める問題である。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

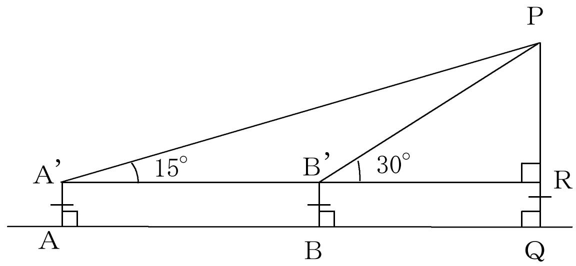
電柱と鉄棒が地面に対して垂直に立っていることから、それぞれの高さと影を、直角を作る２辺とし、直角三角形として考えると、２つの直角三角形は相似の関係が成り立つ。電柱の高さを x とすると

$x : 1.6 = 8 : 2$

$x = \dfrac{1.6 \times 8}{2}$

$x = 6.4$　　電柱の高さは6.4　m

(2)は、離れた地点から鉄塔を見上げた角度をもとに、鉄塔の高さを求める問題である。それぞれの見上げる角度が15°と30°であることから、二等辺三角形の性質や三平方の定理を利用して高さを求めることができる。解答例は、以下の通りである。

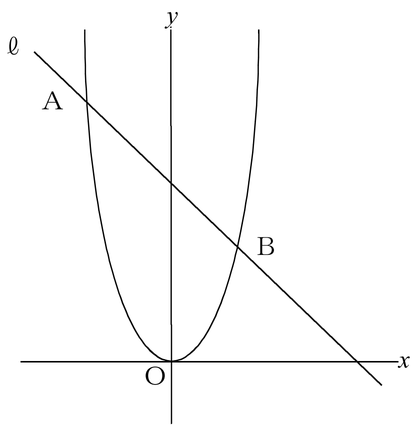


【解答例】

三角形の１つの外角はそのとなりにない２つの内角の和に等しいので、∠B'PA'＝15°がわかる。つまり、△B'A'Pは、B'A'＝B'Pの二等辺三角形である。A'B'とPQとの交点をRとすると、∠PB'R＝30°，∠PRB'＝90°より　△PB'Rは、辺の比が $1 : 2 : \sqrt{3}$ の直角三角形である。PB'：PR＝２：１から、PB'＝50より、PR＝25となる。よって、PQ＝25＋1.5＝26.5　　鉄塔の高さは26.5m

4 関数 $y = ax^2$ のグラフや点の座標から、移動する点の観察、操作や実験などの活動を通して、図形や関数について論理的に考察し表現することができるかをみようとした。

(1)は、曲線上の２点A、Bを通る直線の方程式を求める問題である。解答例は、以下の通りである。



【解答例】

２点（－６，18）、（４，８）を通ることから傾きは

$\dfrac{8-18}{4-(-6)} = -1$

したがって、この直線の式は $y = -x + b$ と表される。

グラフは点（４，８）を通るので、

$8 = -4 + b$

$b = 12$

よって、直線の式は

$y = -x + 12$

(2)は、曲線上を点Aから点Bまで動く点Pから x 軸と平行な直線をひき、直線ℓとの交点をQ、点P、Qから x 軸に垂線をひいたときの x 軸との交点をR、Sとしたときの図形に関する問題である。

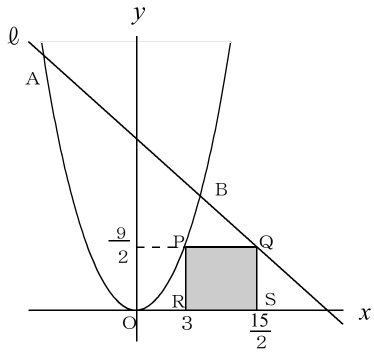
①は四角形PRSQが正方形になる点Pの座標を求める問題、②は△BPQと△OPQの面積比が１：３となる点Qの座標を求める問題である。

①は表現力を問う問題で、座標を文字で表したときに、辺の長さを式で表し、説明できるかをみようとした。②は辺PQを共通の底辺とみることで、面積の比を高さの比として求めることができる。①、②ともに条件を満たす点が複数あり、点Pの位置によって図形がどのように変化するかを論理的に考察することができるかをみようとした。

解答例は、以下の通りである。

【解答例】

① 点Ｐの x 座標を t とおくと、座標は



Ｐ（t ，$\frac{1}{2}t^2$）、Ｑ（$12-\frac{1}{2}t^2$，$\frac{1}{2}t^2$）、Ｒ（t，0）

正方形は辺の長さが等しいので、　ＰＱ＝ＰＲ

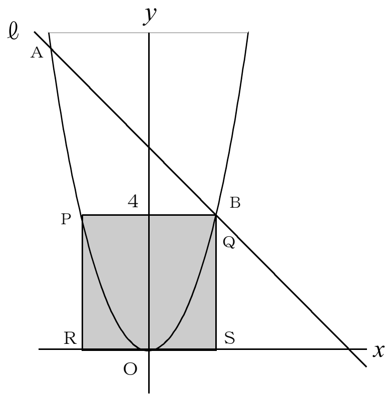
$$12-\frac{1}{2}t^2-t=\frac{1}{2}t^2$$

$$t^2+t-12=0$$

$$(t+4)(t-3)=0$$

$$t=3,\ -4$$

t の値はどちらも問題にあっている。



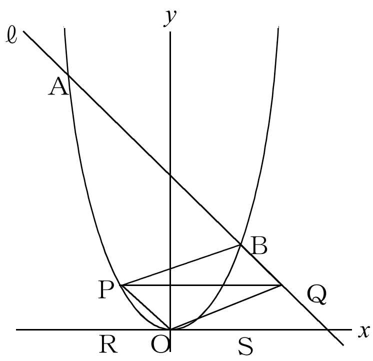
$t=3$ のとき（3，$\frac{9}{2}$）

$t=-4$ のとき（－4，8）

（3，$\frac{9}{2}$）、（－4，8）

② △ＢＰＱと△ＯＰＱの面積比が＝１：３

となるときの点Ｑの座標を求める。



<u>ＰＱが点Ｂより下にある場合</u>

ＰＱが共通な辺なので、点ＢからＰＱへの垂線と

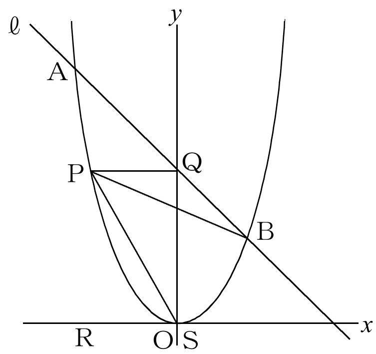
点ＯからＰＱへの垂線の長さの比が、１：３となる。

つまり、点Ｂの y 座標が８なので、点Ｑの y 座標は

６となる。

よって、点Ｑの座標は（６，６）となる。

<u>ＰＱが点Ｂより上にある場合</u>



ＰＱが共通な辺なので、点ＢからＰＱへの垂線と

点ＯからＰＱへの垂線の長さの比が１：３となる。

つまり、点Ｑの y 座標をｓとすると、

（ｓ－８）：ｓ＝１：３　より、

ｓ＝３（ｓ－８）

－２ｓ＝－24

ｓ＝12

よって、点Ｑの座標は（０，12）となる。

以上より、（６，６）、（０，12）