Ⅱ　各教科の正答率、問題の内容及び所見・解説

６　数学（学校選択問題）

(1)　正答率

問題		配点	正答 数	正答 率(%)	一部正答 数	一部正答 率(%)	誤答 数	誤答 率(%)	無答 数	無答 率(%)	通過率 率＝得点計／(人数×配点) (%)
1	(1)	4	302	87.3	0	0.0	44	12.7	0	0.0	87.3
	(2)	4	289	83.5	0	0.0	57	16.5	0	0.0	83.5
	(3)	4	297	85.8	1	0.3	48	13.9	0	0.0	86.0
	(4)①	4	309	89.3	3	0.9	32	9.2	2	0.6	89.7
	(4)②	4	288	83.2	0	0.0	49	14.2	9	2.6	83.2
	(5)	4	312	90.2	0	0.0	33	9.5	1	0.3	90.2
	(6)	5	274	79.2	10	2.9	62	17.9	0	0.0	80.3
	(7)	5	231	66.8	0	0.0	114	32.9	1	0.3	66.8
	(8)①	4	201	58.1	0	0.0	139	40.2	6	1.7	58.1
	(8)②	6	17	4.9	37	10.7	151	43.6	141	40.8	11.5
2	(1)	5	244	70.5	21	6.1	50	14.5	31	9.0	73.6
	(2)	6	17	4.9	0	0.0	283	81.8	46	13.3	4.9
3	(1)	4	310	89.6	0	0.0	31	9.0	5	1.4	89.6
	(2)	6	52	15.0	0	0.0	171	49.4	123	35.5	15.0
4	(1)	5	303	87.6	0	0.0	41	11.8	2	0.6	87.6
	(2)①	6	12	3.5	91	26.3	147	42.5	96	27.7	11.9
	(2)②	6	49	14.2	0	0.0	181	52.3	116	33.5	14.2
5	(1)	6	222	64.2	96	27.7	27	7.8	1	0.3	76.1
	(2)①	5	314	90.8	0	0.0	25	7.2	7	2.0	90.8
	(2)②	7	1	0.3	9	2.6	79	22.8	257	74.3	0.9

（小数第２位を四捨五入しているため、％の合計が100にならない場合がある。）

(2)　問題の内容

1　(1)文字式の計算（乗法・除法）
(2)根号をふくむ式の計算
(3)２次方程式の解き方
(4)演算に関する記号の意味を読み取り、アルゴリズムを見いだす問題
(5)図形の性質を利用した角の大きさの求め方
(6)関数 $y=ax^2$ のグラフの特徴
(7)標本調査を利用した母集団の大きさの求め方
(8)日常生活や社会で数学を利用する問題

2　(1)45°と60°の作図
(2)場合の数の求め方

3　(1)三角形の面積の求め方
(2)直線の傾きの求め方

4　(1)線分の長さの求め方
(2)図形の性質を利用した対称性の説明と面積の求め方

5　(1)図形の性質を利用した三角形の合同の証明
(2)三平方の定理を利用した線分の長さの求め方と体積の求め方

(3) 所見・解説

$\boxed{1}$ 中学校数学科の各領域に関する問題で、数学的な知識及び技能が確実に身に付いているかをみようとした。

(1)は、文字式の乗法・除法の計算である。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

$$(-a)^3 \div 2a^4 \times \left(\frac{1}{2}a\right)^2 = -a^3 \times \frac{1}{2a^4} \times \frac{a^2}{4} = -\frac{a}{8}$$

(2)は、根号をふくむ式（平方根）の計算で、分母を有理化する必要がある。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

$$\frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{6} + \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{5-2\sqrt{6}}{6} + \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{5}{6}$$

(3)は、２次方程式を解く問題である。両辺の式を展開し、解を求める問題である。両辺を $x+3$ で割り、解を求める誤答が多かった。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

$$\begin{aligned} 2x(x+3) &= (x+3)^2 \\ 2x^2+6x &= x^2+6x+9 \\ x^2 &= 9 \\ x &= \pm 3 \end{aligned}$$

（誤答）

$$\begin{aligned} 2x(x+3) &= (x+3)^2 \\ 2x &= x+3 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

(4)は、演算記号を用いた計算の問題である。式の意味を読み取り、①では正の数と負の数の四則計算、②では連立方程式として解く問題である。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

① $(1, -2) * (3, 1) = (1\times 3-(-2)\times 1,\ 1\times 1+(-2)\times 3)$
$= (5, -5)$

② $(x, y) * (2, 3) = (2x-3y,\ 3x+2y)$ より,

$$\begin{cases} 2x-3y=-17 & \cdots ❶ \\ 3x+2y=7 & \cdots ❷ \end{cases}$$

❶×３－❷×２

$$\begin{array}{rr} & 6x-9y=-51 \\ -) & 6x+4y=14 \\ \hline & -13y=-65 \\ & y=5 \end{array}$$

よって，$y=5$ を❷に代入して

$$\begin{cases} x=-1 \\ y=5 \end{cases}$$

(5)は、図形の性質を利用して角の大きさを求める問題である。三角形の３つの内角の和や対頂角の性質を利用する。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

(6)は、関数 $y=x^2$ のグラフの特徴に関する問題である。学力検査と比べ、選択肢に示す特徴について正確に理解しているかどうかをみようとした。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

(7)は、白色のペットボトルキャップが入っている袋の中に、オレンジ色のペットボトルキャップを50個入れ、無作為に30個を抽出し、袋の中にある白色のペットボトルキャップの数を推測する問題である。誤答として、全体数にオレンジ色のペットボトルキャップを含めずに考え、およそ250個としたものが多かった。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

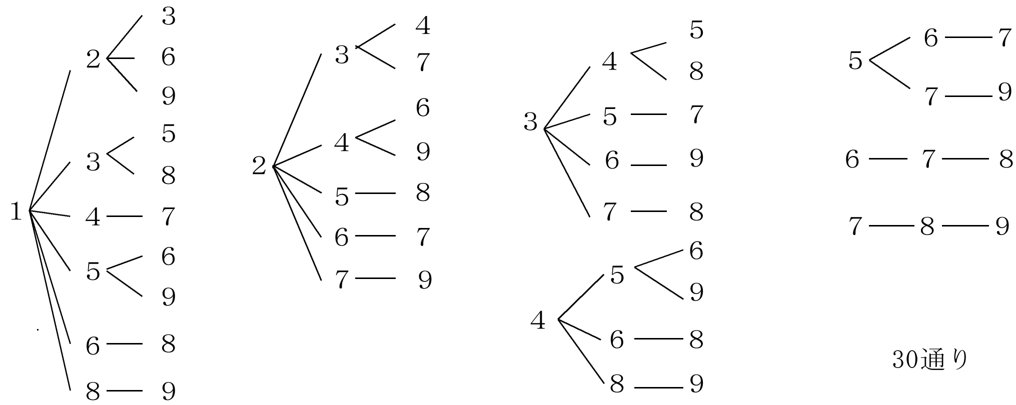
(8)は、日常生活や社会で数学を利用する問題である。会話から情報を読み取り、大きさの違う赤い布と白い布を使って、５ｍのゴールテープを作るために必要な布の枚数を求めたり、その方法を説明したりできるかをみようとした。赤い布 x 枚と白い布 y 枚の関係を表す二元一次方程式を立て、あてはまる自然数の組を求める。実際の状況を図に表すなどして、場面を数学的に解釈し見通しを立てて必要な枚数を求める。①では赤い布のみ使用し、②では両方の布を使用して作る。誤答として、縫い合わせた長さを考えずに、①では10枚と解答したものが、②では $50x+30y=500$ と立式したものが多かった。解答例は学力検査問題の所見・解説欄に示した。

$\boxed{2}$　「図形」及び「資料の活用」に関する問題で、数学的な知識及び技能、数学的な見方や考え方を活用することができるかをみようとした。

(1)は、図形の性質を利用した角の大きさの求める問題である。三角形の３つの内角の和や対頂角の性質を利用する。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

(2)は、場合の数を求める問題であり、９枚のカードから同時に３枚取り出し、３枚のカードの数字の和が３で割り切れる場合を求める問題である。樹形図をかいて求めるが、すべての場合をかくと煩雑になるので、３の倍数のみを列挙して求める。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】



(別解)

１から９までのカードを３で割ったときの余りに着目して、３つのグループにわけると

（ⅰ）３で割ったとき１余る数　　　　１，４，７
（ⅱ）３で割ったとき２余る数　　　　２，５，８
（ⅲ）３で割ったとき割り切れる数　　３，６，９

３枚のカードの数字の和が３で割り切れる場合は、（ⅰ）（ⅱ）（ⅲ）の１つのグループから３枚選んだ場合の３通りと、（ⅰ）（ⅱ）（ⅲ）のそれぞれのグループから１枚ずつ選んだ場合の27通りであるから、30通り。

$\boxed{3}$　２つの関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ と $y=ax+2$ のグラフの交点の座標から、三角形の面積や直線の傾きを求めることを通して、図形や関数について総合的に考察することができるかをみようとした。

(1)は、△ＯＣＤの面積を求める問題である。直線の式の切片が２、点Ｄの x 座標が３であることから、面積を求める。

(2)は、△ＡＤＣの面積が、△ＣＤＢの面積の４倍になるとき、直線の傾きを求める問題である。△ＡＤＣの面積と△ＣＤＢの面積の比が、４：１であることから、ＡＣ：ＣＢ＝４：１となる。点Ａ、Ｂから y 軸に垂線をひき、交点をＥ，Ｆとすると、△ＡＣＥと△ＢＣＦは相似になり、相似比は４：１となる。ＣＥ：ＣＦ＝４：１となることから、点Ａの座標がわかり、直線の傾きを求めることができる。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

$\boxed{4}$　平面図形についての観察、操作や実験などの活動を通して、図形について見通しをもって論理的に考察し表現することができるかをみようとした。与えられた図形の中に直角三角形や正三角形を見いだすなどして、二等辺三角形の性質や円周角の定理を用いる。

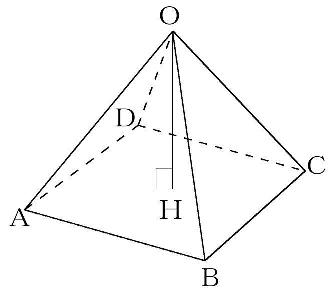
(1)は、ＡＢを直径とする半円Ｏの $\overset{\frown}{AB}$ 上に点Ｐをとり、線分ＡＰ上にＡＭ：ＭＰ＝２：１となる点Ｍをとり、線分ＰＭの長さを求める問題である。ＯＰ＝ＯＢ、∠ＡＢＰ＝60°から△ＯＰＢが正三角形とわかる。ＰＢ、ＰＡの長さがわかり、ＰＭの長さを求めることができる。

(2)は、線分ＢＭを延長し、$\overset{\frown}{AB}$ との交点をＱ、線分ＯＰとの交点をＲとしたとき、①は点Ｐが点Ｏと重なることの説明、②はかげの部分の面積を求める問題である。

①は表現力を問う問題で、線分ＯＰの垂直二等分線が線分ＢＭであることから、論理的に考察し説明できるかをみようとした。②は、おうぎ形ＯＰＱの面積から四角形ＯＰＭＱの面積を除くことで求めることができる。解答例は、学力検査問題の所見・解説欄に示した。

5　空間における直線や平面の位置関係を考え、辺の長さや角、線分の比から三角形の形状を考えるとともに、見通しをもって論理的に考察し表現することができるかをみようとした。

(1)は、正四角錐の中にできる２つの直角三角形が合同であることを証明する問題である。△ＯＨＡと△ＯＨＢが合同であることを証明することで、点Ｈが正方形ＡＢＣＤの対角線の交点と一致することがわかる。



【解答例】

△ＯＨＡと△ＯＨＢにおいて、

ＯＡ＝ＯＢ　　　…　❶

∠ＯＨＡ＝∠ＯＨＢ＝90°　　…　❷

ＯＨ共通　　　　…　❸

❶❷❸より、△ＯＨＡと△ＯＨＢは直角三角形で斜辺と他の一辺がそれぞれ等しいので、△ＯＨＡ≡△ＯＨＢ

(2)①は、点Ｈが底面の正方形ＡＢＣＤの対角線の交点であることを用い、三平方の定理を利用して求める問題である。②は、ＰＲ＋ＲＱの長さが最も短くなるときの体積を求める問題である。ＰＲ＋ＲＱが最も短くなる長さは、展開図をかき、点Ｐと点Ｑを直線で結ぶことで求められる。また、正四角錐ＯＡＢＣＤを３点Ｏ、Ｂ、Ｄを通る平面で切ってできる△ＯＢＤは、辺の比から直角三角形であることがわかる。さらに、平行線と線分の比の性質を用い、頂点をＲとした高さがわかり、三角錐ＯＰＲＱの体積を求めることができる。誤答には、ＰＲ＋ＲＱの最も短くなる長さを、展開図をかき点Ｒを図示することはできたものの、線分の比と平行線の性質に気付かず、ＯＲの長さを求められていないものが散見された。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

①　正方形ＡＢＣＤの対角線ＡＣの長さは $6\sqrt{2}$ cmだから、ＡＨ ＝ $3\sqrt{2}$ cm

△ＯＡＨにおいて、三平方の定理から、

$\mathrm{OH} = \sqrt{\mathrm{OA}^2 - \mathrm{AH}^2}$

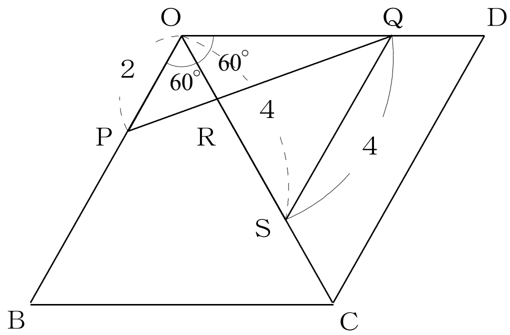
$= 3\sqrt{2}$ cm

②　三角錐ＯＰＲＱの展開図の一部は右の図のようになる。辺ＯＣ上にＯＳ＝４cmとなる点Ｓをとると、△ＯＳＱは正三角形となり、∠ＯＳＱ＝60° となる。

このとき△ＯＲＰ∽△ＳＲＱとなるので

ＯＲ：ＳＲ＝ＯＰ：ＳＱ＝１：２　だから、

$\mathrm{OR} = 4 \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{4}{3}$



また、点Ｒから△ＯＰＱにひいた垂線の長さを h cmとすると、

$\dfrac{4}{3} : h = 6 : 3\sqrt{2}$

$h = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

したがって、三角錐ＯＰＲＱの体積Ｖは、底面が∠ＰＯＱ＝90° の直角三角形だから、

$V = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{2} \times 2 \times 4 \times \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

$= \dfrac{8\sqrt{2}}{9}$ cm^3