Ⅱ　各教科の正答率、問題の内容及び所見・解説

３　数学

(1)　正答率

問題		配点	正答		一部正答		誤答		無答		通過率
			数	率(%)	数	率(%)	数	率(%)	数	率(%)	$率＝\frac{得点計}{(人数×配点)}$ (%)
1	(1)	4	330	95.4	0	0.0	15	4.3	1	0.3	95.4
	(2)	4	322	93.1	0	0.0	22	6.4	2	0.6	93.1
	(3)	4	235	67.9	0	0.0	100	28.9	11	3.2	67.9
	(4)	4	296	85.5	0	0.0	39	11.3	11	3.2	85.5
	(5)	4	311	89.9	1	0.3	22	6.4	12	3.5	90.1
	(6)	4	295	85.3	2	0.6	36	10.4	13	3.8	85.5
	(7)	4	279	80.6	1	0.3	47	13.6	19	5.5	80.8
	(8)	4	186	53.8	1	0.3	117	33.8	42	12.1	53.9
	(9)	4	233	67.3	0	0.0	104	30.1	9	2.6	67.3
	(10)	5	162	46.8	59	17.1	123	35.5	2	0.6	55.1
	(11)①	4	111	32.1	0	0.0	226	65.3	9	2.6	32.1
	(11)②	6	2	0.6	11	3.2	143	41.3	190	54.9	2.0
2	(1)	5	96	27.7	0	0.0	237	68.5	13	3.8	27.7
	(2)	5	36	10.4	0	0.0	218	63.0	92	26.6	10.4
	(3)	5	74	21.4	56	16.2	121	35.0	95	27.5	27.5
	(4)	7	34	9.8	105	30.3	128	37.0	79	22.8	22.2
3	(1)	4	157	45.4	0	0.0	115	33.2	74	21.4	45.4
	(2)	6	7	2.0	0	0.0	170	49.1	169	48.8	2.0
4	(1)	5	122	35.3	0	0.0	171	49.4	53	15.3	35.3
	(2)①	6	1	0.3	14	4.0	110	31.8	221	63.9	1.6
	(2)②	6	1	0.3	0	0.0	156	45.1	189	54.6	0.3

（小数第２位を四捨五入しているため、%の合計が100にならない場合がある。）

(2)　問題の内容

$\boxed{1}$
(1)文字式の計算（加法・減法）
(2)正の数と負の数の計算
(3)文字式の計算（乗法・除法）
(4)根号をふくむ式の計算
(5)因数分解
(6)連立方程式の解き方
(7)２次方程式の解き方
(8)１次関数の式の求め方
(9)図形の性質を利用した角の大きさの求め方
(10)関数 $y = ax^2$ のグラフの特徴
(11)日常生活や社会で数学を利用する問題

$\boxed{2}$
(1)標本調査を利用した母集団の大きさの求め方
(2)三角錐の体積の求め方
(3)45°と60°の作図
(4)平行四辺形になることの証明

$\boxed{3}$
(1)三角形の面積の求め方

(2)直線の傾きの求め方

$\boxed{4}$ (1)線分の長さの求め方
(2)図形の性質を利用した対称性の説明と面積の求め方

(3) 所見・解説

$\boxed{1}$ 中学校数学科の各領域に関する問題で、基礎的・基本的な知識及び技能が確実に身に付いているかをみようとした。

(1)は、文字式の加法・減法の計算である。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

$-2a + 5a = 3a$

(2)は、正の数と負の数の四則計算である。乗除を先に計算するなどの四則計算の約束をしっかりと身に付けて欲しい。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

$(-8) \div (-4) - 1 = 2 - 1 = 1$

(3)は、単項式の乗除の計算である。中学２年の学習内容だが、通過率は良くなかった。高校の数学の基礎となるものなので、しっかりと身に付けて欲しい。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

$$3x^2 \div (-y^2) \times 2xy^3 = -3x^2 \times \frac{1}{y^2} \times 2xy^3 = -6x^3y$$

(4)は、根号をふくむ式（平方根）の計算で、分母の有理化をする必要がある。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

$$\frac{10}{\sqrt{5}} - \sqrt{45} = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = -\sqrt{5}$$

(5)は、因数分解の問題である。誤答には、$(x+3)(x-9)$としたものが多かった。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

$x^2 + 6x - 27 = (x-3)(x+9)$

(6)は、連立方程式を解く問題である。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

$$\begin{cases} y = 5 - 3x & \cdots① \\ x - 2y = 4 & \cdots② \end{cases}$$

①を②に代入すると、

$x - 2(5 - 3x) = 4$

$7x - 10 = 4$

$x = 2$

$x = 2$を①に代入して、 $y = -1$

よって　$x = 2,\ y = -1$

(7)は、２次方程式を解く問題である。解の公式を使って解く。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】

$2x^2 - 3x - 1 = 0$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$$

(8)は、１次関数の式を求める問題である。解答例は、以下のとおりである。

【解答例】２点（４，３）、（－２，０）を通る直線の傾きは、$\dfrac{3-0}{4-(-2)}=\dfrac{1}{2}$ である。

よって、

$$0=\frac{1}{2}\times(-2)+b$$

$$b=1$$

$$y=\frac{1}{2}x+1$$

(9)は、図形の性質を利用して角の大きさを求める問題である。三角形の３つの内角の和や対頂角の性質を利用する。解答例は、以下の通りである。

【解答例】　辺ＡＥと線分ＢＧとの交点をＨとすると、

∠ＡＨＧ＝25°＋60°＝85°…①

また，対頂角は等しいので、

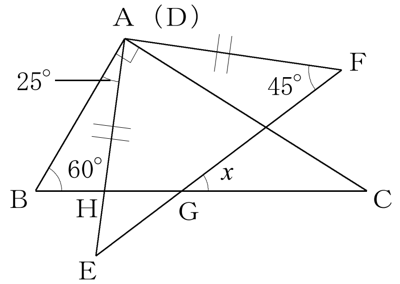
∠ＨＧＥ＝∠x

よって、∠ＡＨＧ＝∠x＋45°…②

①、②より、

∠x＋45°＝85°

∠x＝40°



(10)は、関数 $y=x^2$ のグラフの特徴に関する問題である。

解答例は、以下の通りである。

【解答例】

関数 $y=x^2$ のグラフは、図１のようになる。

点（３，６）は通らないので、アは誤り。

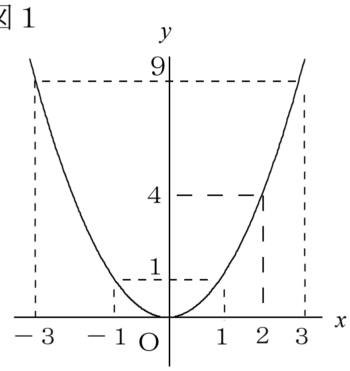
グラフは放物線で y 軸について対称であるので、イは正しい。

また、x の変域が $-1\leqq x\leqq 2$ のとき、y の変域は $0\leqq y\leqq 4$ となるので、ウは誤り。

変化の割合は、$\dfrac{4^2-2^2}{4-2}=6$ となるので、エは正しい。

$x<0$ の範囲では、x が増加するとき、y は減少するので、オは誤り。

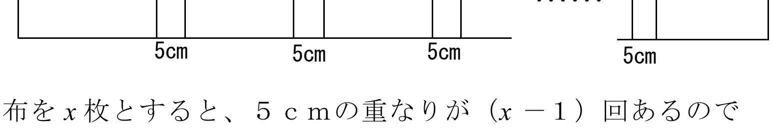
図１



よって、正答はイとエである。

(11)は、日常生活や社会で数学を利用する問題である。会話から情報を読み取り、大きさの違う赤い布と白い布を使って、５ｍのゴールテープを作るために必要な布の枚数を求めたり、その方法を説明したりできるかをみようとした。赤い布 x 枚と白い布 y 枚の関係を表す二元一次方程式を立て、あてはまる自然数の組を求める。実際の状況を図に表すなどして、場面を数学的に解釈し見通しを立てて必要な枚数を求める。①では赤い布のみ使用し、②では両方の布を使用して作る誤答として、縫い合わせた長さを考えずに、①では10枚と解答したものが、②では $50x+30y=500$ と立式したものが多かった。解答例は以下のようになる。

【解答例】



①　赤い布を x 枚とすると、５ｃｍの重なりが $(x-1)$ 回あるので

$$50x-5(x-1)=500$$

$x=11$　　　よって、11枚

② ５ｃｍの重なりは布の総枚数より１少ないので

$50x+30y-5(x+y-1)=500$

$45x+25y+5=500$

この式を満たす、x、y の値の組は、x に10までの自然数を代入して求める。

よって、（１，18）、（６，９）

（別解）$45x+25y+5=500$ を x について解くと、

$$x=11-\frac{5}{9}y$$

x は自然数なので、y は９の倍数でなければならない。

つまり、（１，18）、（６，９）

$\boxed{2}$ 「図形」及び「資料の活用」に関する問題で、数学的な知識及び技能、数学的な見方や考え方を活用することができるかをみようとした。

(1)では、白色のペットボトルキャップが入っている袋の中に、オレンジ色のペットボトルキャップを50個入れ、無作為に30個を抽出し、袋の中にある白色のペットボトルキャップの数を推測する問題である。誤答として、全体数にオレンジ色のペットボトルキャップを含めずに考え、およそ250個としたものが多かった。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

はじめに袋の中に入っていた、白色のペットボトルのキャップの個数を x 個とすると、

$50:(x+50)=6:30$

$$\frac{50}{x+50}=\frac{6}{30}$$

$x=200$ およそ200個

(2)は、△ＢＣＤを底面とする三角錐ＰＢＣＤの体積を求める問題である。頂点Ｐから底面に垂線をひいた高さを、底面に垂直に交わる△ＡＢＤを利用して求める。相似な図形の比を利用し、高さを求め、体積を求める。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

点Ｐから辺ＢＤに垂線をひき、その交点をＱとする。

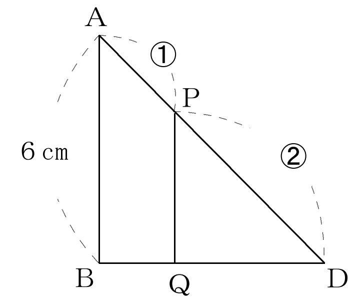
ＡＰ：ＰＤ＝１：２であるから、

ＡＢ：ＰＱ＝３：２

よって、ＰＱ＝４

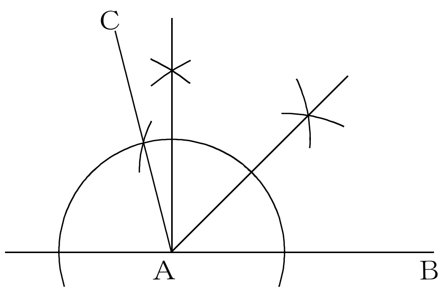
したがって、立体ＰＢＣＤの体積Ｖは、

$$V=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times6\times6\times4=24\text{cm}^3$$

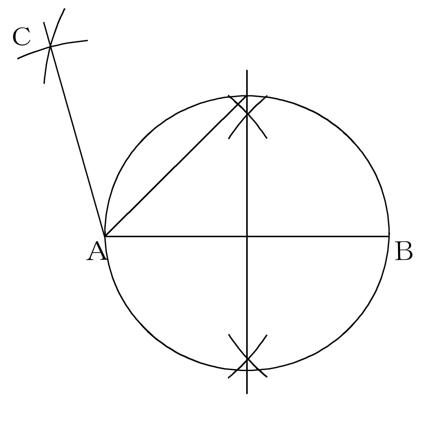


(3)は、垂直二等分線と角の二等分線を用い、105°の角度を作図する問題である。105°にするため、垂線と角の二等分線をかき、45°を作図し、更に正三角形をかき、60°を作図する。解答例は、以下の通りである。

【解答例】



（別解）



(4)は、線分ＯＡ、ＯＣ上に、ＡＥ＝ＣＦとなる点Ｅ、Ｆをそれぞれとり、四角形ＥＢＦＤが平行四辺形であることを証明する問題である。平行四辺形の性質「対角線はそれぞれの中点で交わる」及び、四角形が平行四辺形になるための条件「対角線がそれぞれの中点で交わる」を用いて、平行四辺形であることが証明できる。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから、

ＯＡ＝ＯＣ…①　　　ＯＢ＝ＯＤ…②

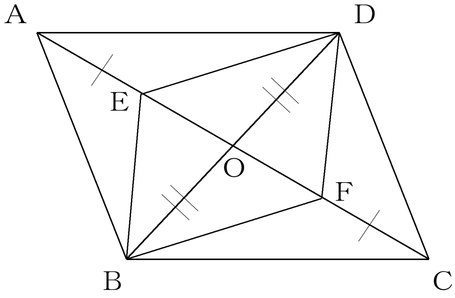
仮定から、ＡＥ＝ＣＦ…③

①、③から、ＯＡ－ＡＥ＝ＯＣ－ＣＦ

よって、ＯＥ＝ＯＦ…④

②、④から、対角線がそれぞれの中点で交わるので、

四角形ＥＢＦＤは平行四辺形である。



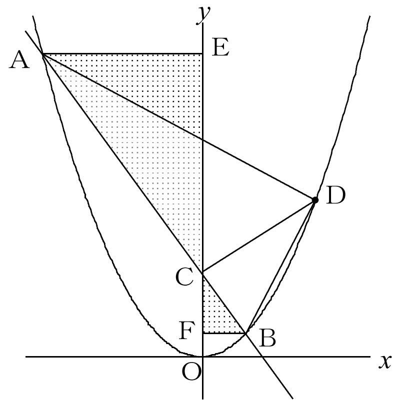
3　2つの関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ と $y=ax+2$ のグラフの交点の座標から、三角形の面積や直線の傾きを求めることを通して、図形や関数について総合的に考察することができるかをみようとした。

(1)は、△ＯＣＤの面積を求める問題である。直線の式の切片が２、点Ｄの x 座標が３であることから、面積を求める。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

$\triangle \mathrm{OCD}=\frac{1}{2}\times 2\times 3\ =3\ \mathrm{cm}^2$

(2)は、△ＡＤＣの面積が、△ＣＤＢの面積の４倍になるとき、直線の傾きを求める問題である。△ＡＤＣの面積と△ＣＤＢの面積の比が４：１であることから、ＡＣ：ＣＢ＝４：１となる。更に、△ＡＣＥと△ＢＣＦは相似なので、相似比は４：１となる。ＣＥ：ＣＦ＝４：１となることから、点Ａ、点Ｂの座標がわかり、直線の傾きを求めることができる。解答例は、以下の通りである。



【解答例】

△ＡＤＣ：△ＣＤＢ＝４：１であるから、

ＡＣ：ＣＢ＝４：１　･･･①

点Ｂの x 座標を t としたとき、点Ａの x 座標は $-4t$ と表せる。

ここで、y 軸上に、点Ｅ $(0,\ 8t^2)$ と、点Ｆ $\left(0,\ \frac{1}{2}t^2\right)$ をとる。

△ＡＥＣと△ＢＦＣは相似な図形で、相似比は①より４：１である。

よって、$(8t^2-2):\left(2-\frac{1}{2}t^2\right)=4:1$

$$4\left(2-\frac{1}{2}t^2\right)=8t^2-2$$

$$t=\pm 1$$

$$t>0 \text{より、} t=1$$

したがって、点Ａ（－４，８）となり、直線の式に代入する。$a=-\frac{3}{2}$

4　平面図形についての観察、操作や実験などの活動を通して、図形について見通しをもって論理的に考察し表現することができるかをみようとした。与えられた図形の中に直角三角形や正三角形を見いだすなどして、二等辺三角形の性質や円周角の定理を用いる。

(1)は、ＡＢを直径とする半円Ｏの $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ 上に点Ｐをとり、線分ＡＰ上にＡＭ：ＭＰ＝２：１となる点Ｍをとり、線分ＰＭの長さを求める問題である。ＯＰ＝ＯＢ、∠ＡＢＰ＝60°から△ＯＰＢは正三角形とわかる。ＰＢ、ＰＡの長さから、ＰＭの長さを求めることができる。

解答例は、以下の通りである。

【解答例】

円周角の定理より、∠ＡＰＢ＝90°で、∠ＡＢＰ＝60°

だから　∠ＰＡＢ＝30°

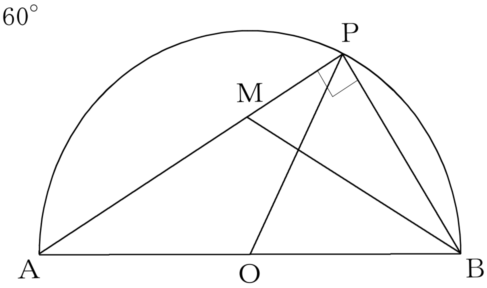
よって、ＢＰ：ＡＢ：ＰＡ＝１：２：$\sqrt{3}$、

また、ＡＢ＝６cm なので

ＰＢ＝３、ＡＰ＝$3\sqrt{3}$

また、ＭはＡＰを３等分する点だから

ＰＭ＝$\sqrt{3}$ cm



(2)は、線分ＢＭを延長し、$\overset{\frown}{AB}$との交点をＱ、線分ＯＰとの交点をＲとしたとき、①は点Ｐが点Ｏと重なることの説明、②はかげの部分の面積を求める問題である。

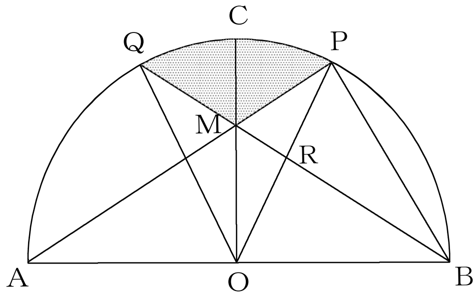
①は表現力を問う問題で、線分ＯＰの垂直二等分線が線分ＢＭであることから、論理的に考察し説明できるかをみようとした。②はおうぎ形ＯＰＱの面積から四角形ＯＰＭＱの面積を除くことで求めることができる。解答例は、以下の通りである。

【解答例】

①　△ＯＰＢは、∠ＯＢＰ＝60°、ＯＢ＝ＯＰ だから、正三角形である。

また、△ＰＢＭは３辺の長さの比が１：２：$\sqrt{3}$ の直角三角形だから、∠ＰＢＭ＝30°となる。

したがって、線分ＢＱは線分ＯＰの垂直二等分線となるので、点Ｐは点Ｏと重なる。



②　線分ＯＭを延長し、$\overset{\frown}{AP}$との交点をＣとすると、∠ＰＯＣ＝30°

よって、かげ（　）をつけた部分の面積Ｓは、

$$S = 2\ (\text{おうぎ形}POC - \triangle POM)$$

$$= 2\left(3 \times 3 \times \pi \times \frac{30^\circ}{360^\circ} - \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= \frac{3\pi - 3\sqrt{3}}{2}\ \text{cm}^2$$

（別解）かげ（　）をつけた部分の面積Ｓは、

Ｓ＝おうぎ形ＯＰＱ－四角形ＯＰＭＱ

①の説明より、△ＯＲＱと△ＰＲＢは、合同な直角三角形である。

つまり、四角形ＯＰＭＱの面積は、△ＰＢＭと同じである。

よって、

$$S = 3 \times 3 \times \pi \times \frac{60^\circ}{360^\circ} - \frac{1}{2} \times 3 \times \sqrt{3}\ )$$

$$= \frac{3\pi - 3\sqrt{3}}{2}\ \text{cm}^2$$